

## Модель динаміки маятникового акселерометру при випадковому вхідному сигналі

Стаття присвячена розробці методики ідентифікації та оцінюванню передаточної функції маятникового акселерометру та спектральної щільності його власних шумів.

**передаточна функція, дисперсія, кореляційна функція, ідентифікація**

Більшість задач створення різних систем автоматики таких як: системи стабілізації, слідкуючі системи, адаптивні системи базуються на знанні динамічних характеристик об'єктів управління а також математичних моделей датчиків представлених датчиків в вигляді передаточних функцій або диференціальних рівнянь.

Одним із найбільш поширених вимірювачів в системах управління рухомими об'єктами є акселерометр.

Динаміка акселерометра сильно залежить від умов його експлуатації. Умови роботи описаного приладу на рухомих об'єктах визначаються характеристикою зміни прискорення. Із літературних джерел відомо що зміна прискорення на таких об'єктах як автомобілі та різній сільськогосподарській техніці представляє собою стаціонарний випадковий процес.

Для визначення динамічних характеристик акселерометра при випадкових вхідних сигналах можна використати метод ідентифікації.

На сьогодні відомо багато методів ідентифікації динамічних моделей систем [3]. Є багато алгоритмів які так чи інакше вирішують основну задачу спектрального аналізу: оцінка спектральної щільності із тим щоб по отриманому результату судити про характер сигналу. Але кожний із цих методів має свою область застосування. Деякі методи можуть бути застосовані для обробки даних із швидко змінюєчимися параметрами за часом і спектром. Класичні методи мають широку область застосування, але програють авторегресійним за якістю оцінки. Їх головним недоліком є чутливість результату до похибок апаратури реєстрації. В даній роботі застосовано спектральний метод структурної ідентифікації обґрунтований в [4]. Цей метод малочутливий до власних шумів апаратури реєстрації та дозволяє з мінімальною дисперсією похибки в результаті обробки даних спостережень за входом та виходом об'єкта оцінити його передаточну функцію.

У відповідності з обраним методом методика ідентифікації пристрою складається з декількох етапів:

- аналіз технічних характеристик;
- вибір апаратури та складання структурної схеми;
- реєстрація сигналів на вході і виході;
- первинна обробка отриманих даних;
- спрощення оцінок спектральних щільностей та визначення шуканих  $W_k(s)$  відповідно алгоритму з [4];
- аналіз якості ідентифікації.

Аналіз технічних характеристик та умов роботи акселерометра показав, що для наближення умов експерименту до реальних експлуатаційних потрібно в якості

джерела корисного сигналу використати пристрій імітацій прискорень – рисунок.1. Об'єкт досліджень і пристрій імітації прискорень підключений до ПЕОМ для реєстрації сигналів на вході і виході і подальшої обробки експериментальних даних.

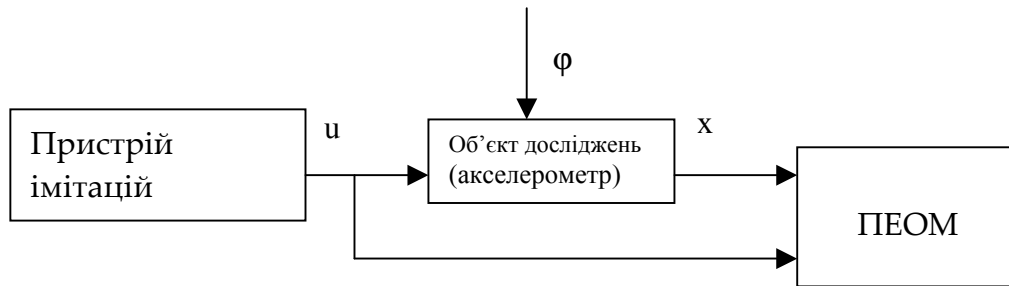


Рисунок 1 – структурна схема підключення акселерометра для ідентифікації

В результаті первинної обробки реалізацій вхідного  $u(t)$  та вихідного  $x(t)$  сигналів на основі алгоритму Блекмена-Тьюкі [5] знайдені спектральні щільності вхідного  $S_{uu}(s)$ , вихідного сигналів  $S_{xx}(s)$  та взаємна спектральна щільність  $S_{ux}(s)$  (рис. 2 – рис. 4) у вигляді :

$$S_{uu}(s) = \frac{0.265(s+2)}{(s+0.53)}; \quad (1)$$

$$S_{xx}(s) = \frac{-0.11588 \cdot (s+0.94)(s+2)(s-0.94)(s-2)}{(s+0.53)(s-0.53)(s^2+1.19s+0.7225) \cdot (s^2-1.19s+0.7225)}; \quad (2)$$

$$S_{ux}(s) = \frac{-0.00077763(s+0.94)(s+2)(s-0.94)(s-2)}{(s+0.53)(s^2+1.19s+0.7225) \cdot (s^2-1.19s+0.7225)}. \quad (3)$$

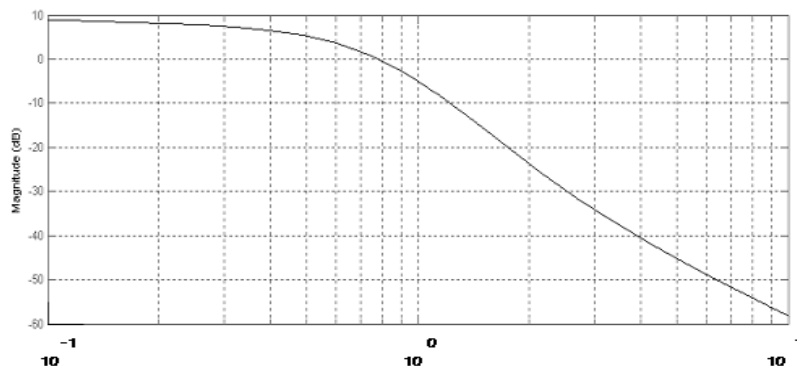


Рисунок 2 – Спектральна щільність вхідного сигналу

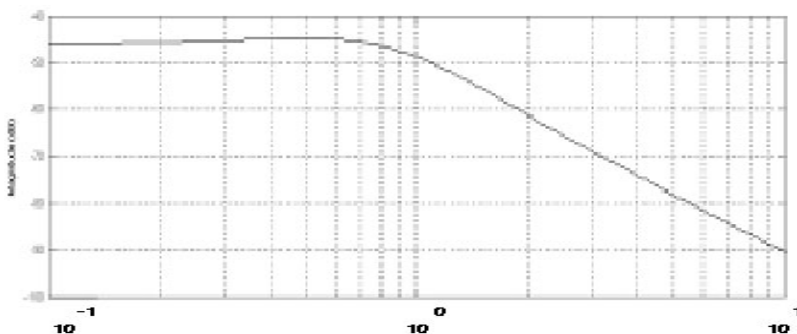


Рисунок 3 – спектральна щільність вихідного сигналу

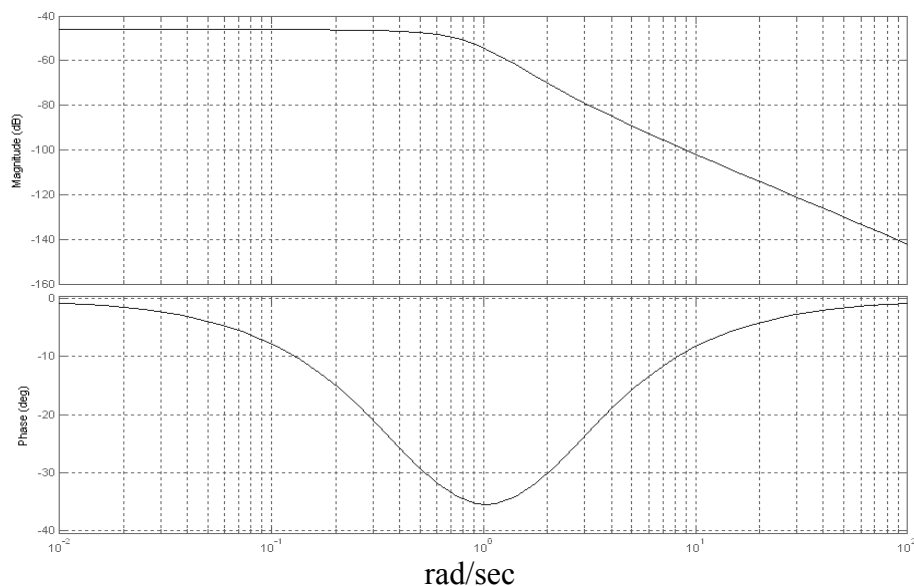


Рисунок 4 – Взаємна спектральна щільність

Введемо позначення:

$W_k(s)$  – передаточна функція акселерометра.

$See(s)$  - спектральна щільність похибки вимірювання акселерометра.

Структурна схема представлена на рис.5.

Якщо ми знайдемо  $W_k$  та  $See(s)$  за знайденими спектральними щільностями (1-3) то буде розв'язана мета досліджень.

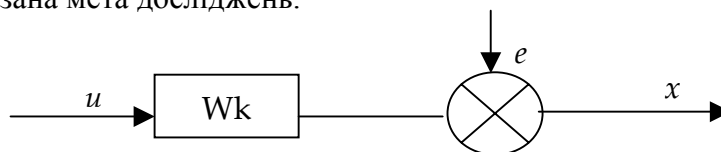


Рисунок 5 - структурна схема динамічної моделі.

Основу для пошуку  $W_k(s)$  та  $See(s)$  склав алгоритм, розроблений в [2,4], у відповідності з яким оптимальна матриця оцінок визначається як:

$$\Phi = [W_k, S_{ee+}] = R_0^{-1} (T_0 + T_+) \cdot D^{-1}; \quad (4)$$

де  $R_0$  - результат факторизації [2] вагового коефіцієнта  $R$  ( $R_0 = 1$ );

$D$  – результат факторизації блочної матриці  $S_{yy}$ , такий що

$$D \cdot D^* = S_{yy} = \begin{bmatrix} S_{uu} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (5)$$

$T_0 + T_+$  - стійка частина результату сепарації блочної дрібно – раціональної матриці

$$T = T_0 + T_+ + T_- = R_0 \cdot S_{yx} \cdot D^{-1}; \quad (6)$$

“\*” – знак Ермітового спряження матриць [7];

$S_{yx}$  – матриця взаємних спектральних щільностей:

$$S_{yx} = (S_{ux}, S_{\Delta x}); \quad (7)$$

$S_{\Delta x}$  – результат факторизації рівняння зв'язку

$$S_{x\Delta} \cdot S_{\Delta\Delta} \cdot S_{\Delta x} = S_{xx} - S_{xu} \cdot S_{uu}^{-1} \cdot S_{ux}; \quad (8)$$

$$S_{ee} = S_{ee-} \cdot S_{ee+}. \quad (9)$$

В результаті підстановки спектральних щільностей з (1)-(3) у алгоритм (5)-(8) визначені: передаточна функція акселерометра  $W_k(s)$  у вигляді:

$$W_k(s) = \frac{0.265(s+2)}{(s+0.53)}, \quad (10)$$

та спектральна щільність похибок See має вигляд :

$$S_{ee} = \frac{\sigma^2}{\pi} \cdot |W_f|^2, \text{ де} \quad (11)$$

$$W_f = \frac{0.94(S+2) \cdot (S+1)}{0.38(1.88S+1) \cdot (1.38 \cdot S^2 + 1.64S+1)}; \quad (12)$$

$$\sigma = 0.3401, \text{ де}$$

$\sigma$  - СКВ похибки акселерометра,  $W_f$  - передаточна функція формуючого фільтру.

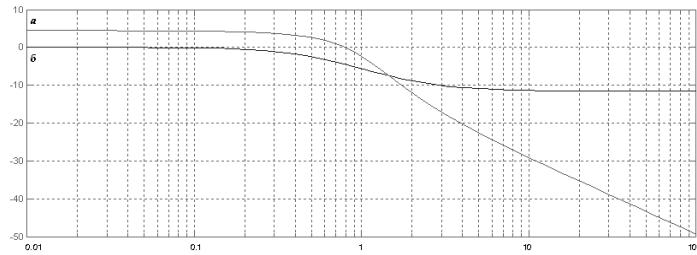


Рисунок 6 – АЧХ акселерометра (а) та АЧХ фільтру(б) який реалізує шум та спектральна щільність шуму акселерометра

Математичну модель об'єкта рис.7 представимо у вигляді лінійного диференційного рівняння:

$$P \cdot x = M \cdot u + \psi \quad (14)$$

де  $\psi$  - похибка вимірювання – стаціонарний випадковий процес з нульовим математичним очікуванням та спектральною щільністю  $S_{\psi\psi}$

$$S_{\psi\psi} = \frac{\sigma^2}{\pi} \left| \frac{(s+2) \cdot (s+0.94)}{(s^2 + 1.19 \cdot s + 0.7225)} \right|^2, \quad (15)$$

$x$  – вхідний сигнал;  $u$  – вихідний сигнал;

$P, M$  – операторні поліноми.

$$P = s + 0.53; M = 0.265(s+2); S = d/dt$$

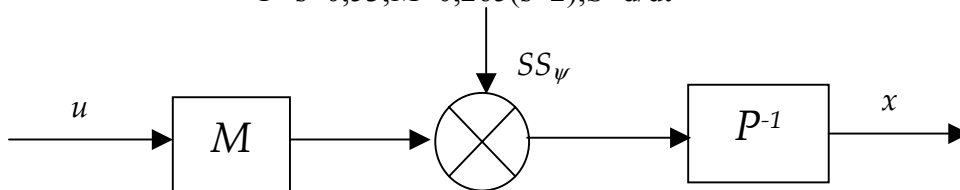


Рисунок 7 – структурна схема математичної моделі акселерометра

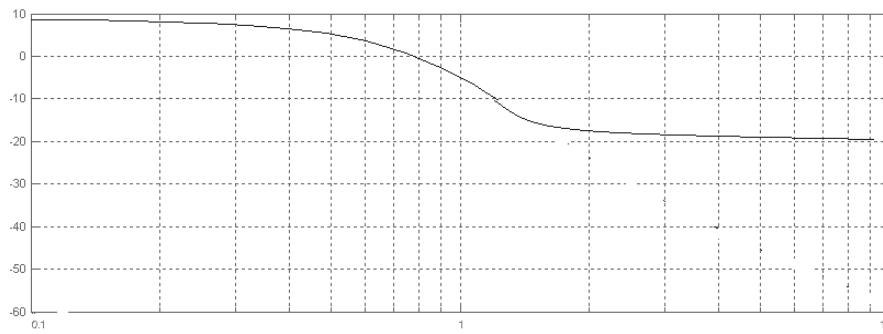


Рисунок 8 - Спектральна щільність неконтрольованого шуму акселерометра

Аналіз частотної характеристики акселерометра рис.6 показує що в діапазоні частот від 0 до 0.5 рад/с акселерометр еквівалентний пропорційній ланці із коефіцієнтом підсилення 14 дБ , в разі якщо коливання прискорення зосереджені в діапазоні від 1 рад/с до 2 рад/с, акселерометр являє собою інтегруючу ланку, сигнали на виході якої є пропорційні інтегралу від прискорення. Таким чином побудована модель динаміки акселерометра в разі якщо коливання вхідного сигналу зосереджені в смузі частот від  $10^0$  до  $10^1$  рад/с

Після перетворень отримуємо диференціальне рівняння:

$$\frac{dx}{dt} + 0.53 \cdot x = 0.265 \cdot \frac{du}{dt} + 0.534 + \Psi \quad (16)$$

де  $u$  – прискорення

$x$  – вихідний сигнал.

## Список літератури

1. Фельдбаум А.А Основы теории оптимальных автоматических систем. – М.: Наука, ФМ, 1966. – 623с.
2. Блохін Л.М., Буриченко М.Ю. Статична динаміка систем управління – К.:НАУ, 2003. – 208с.
3. Киричков В.Н Идентификация объектов систем управления технологическими процессами /Под ред.А.А. Краснопрошиной – К.:Техника, 1982. – 144с.
4. Блохин Л.Н. Оптимальные системы стабилизации – К.:Техника, 1982. – 144с.
5. Отнес Р.,Эноксон Л. Прикладной анализ временных рядов. – М.:Мир,1982.-428с.
6. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.:Наука,1988. –552с.

Статья посвященная разработке методики идентификации и оценивания передаточной функции маятникового акселерометра та спектральной плотности собственных шумов.

Clause devoted to development of a technique of identification that akcelerometr of transfer function that of spectral density of own noise.